I TETRATHLON MATEMATICO

Round 3 - Geometria
Durata 20 minuti + 5 minuti di tempo per inserimento

Problemi da 1 punto

1. Sia $ABCDEFGHIJ$ un decagono regolare, con i vertici ordinati in senso orario. Quanto misura in gradi l'angolo $\widehat{BFC}$?

2. Sia ABC un triangolo acutangolo e M il punto medio di BC. Sulla retta per A parallela a BC sia P un punto tale che $BP \| AM$ e X l'intersezione tra PM e AB. Determinare AX sapendo che $AB = 20$.

3. $ABCD$ è un quadrato in cui M è il punto medio di AB, N il punto medio di BC e P il punto medio di CD. Quanto vale il rapporto tra l'area di $ABCD$ e l'area del quadrilatero $DMNP$? Dare come risposta 10 volte il valore del rapporto.

4. Data nel piano una circonferenza ω in cui è inscritto un triangolo equilatero di lato 100, sia P un punto esterno ad essa e A, B due punti distinti su ω in modo tale che PA e PB siano tangenti a ω. Sia O il centro di ω, la retta PO interseca ω in due punti C, D, e C è il punto medio di PO. Quanto misura PA?

5. Dati nel piano due punti allineati A, B, C tali che $BC = 2AB$ costruiamo i triangoli equilateri ABP e BCQ, con P, Q sullo stesso semipiano. Sia M il punto medio di CQ e N l'intersezione tra AM e BQ. Quanto vale $1000 \cdot \frac{QN}{NB}$?

Problemi da 2 punti

6. Nel quadrato $ABCD$ sia $P \neq \{A, B\}$ un punto su AB e $Q \neq \{B, C\}$ un punto su BC in modo che $\widehat{DPQ} = 60°$. Sia $X \neq D$ l'intersezione tra la circoscritta a DQP e il lato CD e Y il simmetrico di Q rispetto a C. Quanto misura $\widehat{DYX}$?

7. Sia $ABCD$ un trapezio rettangolo, con AB e CD paralleli, ove gli angoli in B e in C sono retti.
Supponiamo che $AB = 8, BC = 5, CD = 20$. La circonferenza circoscritta al triangolo ABD interseca la retta CD in $P \neq D$. Quanto vale BP?

8. Sia ABC un triangolo con $AB = 13, BC = 14, CA = 15$ e sia I il suo incentro.
La circonferenza inscritta è tangente al lato BC in D. Determinare l'area del triangolo BID.

9. Nel quadrato $ABCD$, di lato 120, sia P un punto su CD tale che $2DP = PC$. La perpendicolare a CD passante per P interseca BD nel punto Q. Infine, la retta AQ interseca CD in R. Determinare la lunghezza di CR.

10. Nel triangolo ABC si ha $\widehat{BAC} = 120°$, e $AB = 60$; detto H il piede dell'altezza da A, Marco ha scoperto che AH e le bisettrici interne degli angoli $\widehat{ABC}$ e $\widehat{ACB}$ concorrono in un punto P. Calcolare PH.
(Dare come risposta il coefficiente che moltiplica $2\sqrt{3} - 3$, eventualmente dare come risposta la parte intera di tale coefficiente.)

Problemi da 3 punti

11. Sia ABC un triangolo e D, E, F i piedi delle altezze su BC, CA, AB rispettivamente. Sappiamo che $\widehat{BAC} = 60°$ e $\widehat{ABC} = 50°$. Detto M il punto medio di BC determinare l'ampiezza di $\widehat{FME}$.

12. Dato un triangolo acutangolo ABC nel piano sappiamo che la bisettrice **esterna** dell'angolo $\widehat{ABC}$, la mediana uscente da C e la retta parallela a BC passante per A concorrono in un certo punto Q.
Si ha inoltre che $AB = 13$, $AC = 10$. Sia D il piede della bisettrice **interna** dell'angolo $\widehat{ABC}$.
Determinare il valore di DQ^2.

13. Nel triangolo ABC, chiamiamo G il suo baricentro. La circonferenza circoscritta al triangolo ABG interseca nuovamente il lato BC in D. Supponiamo che AG sia bisettrice dell'angolo $\widehat{DAC}$, e che $AD = 8$, $BD = 2$. Determinare la lunghezza di AC.

14. Nel triangolo ABC si ha che $\widehat{BAC} = 12°$ e $\widehat{ABC} = 52°$. Sia P un punto su AB, in modo tale che $\widehat{ACP} = 64°$, definiamo Q, un punto su AC, preso in modo tale che PQ e BC siano paralleli. Determinare l'ampiezza di $\widehat{CBQ}$.

15. Il triangolo ABC è tale che $AB = AC = 5$ e $BC = 8$. Siano G, I, H, O, rispettivamente baricentro, incentro, ortocentro e circocentro.
Per quale $P = \{G, I, H, O\}$ la lunghezza di AP è la più grande di tutti gli altri punti nell'insieme? E per quale $Q = \{G, I, H, O\}$ la lunghezza di AQ è la più piccola rispetto agli altri punti nell'insieme?
Formattare la risposta nel seguente modo. Si assegni $G = 1, I = 2, H = 3, O = 4$ e si fornisca come risposta un numero di due cifre, la cui prima cifra si riferisce a P, la seconda a Q. Ad esempio con la risposta 34 si dichiara che $P = H$ e $Q = O$.

Ti invito a consultare il sito matteosalicandro.altervista.org per restare sempre informato sulle nuove gare organizzate!
Se ti va di sostenermi, puoi effettuare una donazione al link https://www.paypal.me/MSalicandro, mi impegnerò a proporre gare più spesso! Ti ringrazio!