

Verso la gara provinciale!

Matteo Salicandro

matteosalicandro.altervista.org

mattysalmathraces@gmail.com

Settimana 4 (22/12/2021-29/12/2021)

4. Un topo di biblioteca possiede 2021 libri numerati da 1 a 2021, disposti in fila lungo una libreria, in un modo abbastanza brutto: da sinistra verso destra vediamo infatti il libro 2, il libro 3, il libro 4, \dots , il libro 2021 e il libro 1. Per mettere ordine, ogni giorno egli sceglie due libri distinti e li scambia di posto. Vorrebbe ottenere tutti i libri ordinati da sinistra verso destra in ordine crescente.

(a) Dimostrare che il topo di biblioteca può sistemare i libri in esattamente 2020 giorni.

(b) Dimostrare che il topo di biblioteca non riuscirà a sistemare i libri in 2019 giorni o meno.

Soluzione: (a) Consideriamo il seguente algoritmo: al giorno n consideriamo l'ultimo libro della fila e lo scambiamo di posto con il libro in n -esima posizione. Così facendo, al giorno n troveremo sempre il libro numerato n in ultima posizione e il libro in posizione n è proprio $n + 1$. Dopo 2020 mosse si otterranno quindi i libri in ordine da 1 a 2021.

(b) Osserviamo che ad ogni mossa c'è un libro che si sposta a sinistra della sua posizione iniziale e un libro che si sposta a destra della sua posizione iniziale. I libri 2, 3, 4, \dots , 2021 sono in posizione 1, 2, 3, \dots , 2020 rispettivamente; non essendoci una mossa che permette di spostare due o più libri a destra della posizione attuale, serviranno almeno 2020 mosse per completare l'operazione richiesta.