Verso la gara provinciale!

Matteo Salicandro
matteosalicandro.altervista.org
mattysalmathraces@gmail.com

Settimana 5 (29/12/2021-5/1/2022)

5. Dato un triangolo acutangolo ABC di ortocentro H, sia PQ un segmento passante per H, con P su AB e Q su AC; i punti P, Q sono tali che $\widehat{PHB} = \widehat{CHQ}$. Considerata la circonferenza circoscritta al triangolo ABC, sia M il punto medio dell'arco BC che non contiene A. Dimostrare che $MP = MQ$.

Soluzione: Avendosi $\widehat{PBH} = \widehat{ACH}$ in quanto complementari entrambi a $\widehat{BAC}$ e $\widehat{PHB} = \widehat{CHQ}$ per ipotesi, per differenza di angoli avremo quindi $\widehat{BPH} = \widehat{CQH}$, da cui segue che $\widehat{APH} = \widehat{AQH}$, ossia APQ isoscele su base PQ. Il punto medio dell'arco BC non contenente A giace sulla bisettrice dell'angolo in A, che è anche asse del segmento PQ in quanto APQ è isoscele. Ne segue che $MP = MQ$.